2026年度　微分方程式Ⅱ（担当：松澤　寛）　自己チェックシート　No.02

学科（コース）・プログラム__________　学籍番号____________　氏名________________

1. $[0,1]$ 上の関数列 $f_n(x) = nx(1-x)^n$ について以下の問に答えよ．

(1) $\{f_n(x)\}$ は $[0,1]$ 上ある関数 $f(x)$ に各点収束する．$f(x)$ を求めよ (Hint: $|r| < 1$ ならば $nr^n \to 0$ $(n \to \infty)$).

(2) $f_n(x) - f(x)$ の $[0,1]$ 上の最大値を求めよ．

(3) $\{f_n(x)\}$ は $[0,1]$ 上 $f(x)$ に一様収束しないことを示せ (Hint: $\left(1-\frac{1}{n}\right)^n \to e^{-1}$ $(n \to \infty)$).

2. $f_n(x) = \dfrac{1}{1+x^{2n}}$ を $\mathbb{R}$ 上で考える．連続関数列 $\{f_n(x)\}$ はある関数 $f(x)$ に各点収束する．

1. $f(x)$ を求めよ．
2. $\{f_n(x)\}$ は $\mathbb{R}$ 上一様収束しないことを示せ．

3. 次のべき級数の収束半径を求めよ．(1) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2 2^n}$　(2) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^n} x^n$

4. $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x}$ が $|x| < 1$ で成り立つ．以下の問いに答えよ．

(1) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} nx^n$ が $|x| < 1$ で表す関数を求めよ．

(2) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$ が $|x| < 1$ で表す関数を求めよ．