2026 年度　解析 Ⅲ（担当：松澤　寛）　自己チェックシート　No.09

学科（コース）・プログラム＿＿＿＿＿＿　学籍番号＿＿＿＿＿＿＿＿　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

1. $\displaystyle\iint_D \frac{1}{(x+3)^2(y+1)^3}dxdy$, $D=\{(x,y): x\geq 0, y\geq 0\}$ を求めたい．以下の問いに答えよ．

(1) $D_n=[0,n]\times[0,n]$ とするとき $\displaystyle\iint_{D_n} \frac{1}{(x+3)^2(y+1)^3}dxdy$ を求めよ．

(2) $\displaystyle\iint_D \frac{1}{(x+3)^2(y+1)^3}dxdy$ を求めよ．

2. $\displaystyle\iint_D \frac{1}{\sqrt{x-y}}dxdy$, $D=\{(x,y): 0\leq x\leq 1, 0\leq y<x\}$ を求めたい．

(1) D を図示せよ．

(2) D の近似増加列として $n\geq 2$ に対して $D_n=\left\{(x,y): \dfrac{1}{n}\leq x\leq 1, 0\leq y\leq x-\dfrac{1}{n}\right\}$ とおくとき D_n を図示せよ．

(3) $\displaystyle\iint_{D_n} \frac{1}{\sqrt{x-y}}dxdy$ および $\displaystyle\iint_D \frac{1}{\sqrt{x-y}}dxdy$ を求めよ．

3. 極座標変換を用いて $\displaystyle\iint_D xdxdy$　$D=\{(x,y)|x\geq 0,\ y\geq 0,\ \ x^2+y^2\leq a^2\}$ を求めよ．ただし a は正の定数とする．

4. 不等式 $-2\leq x+y\leq 2, -1\leq 2x-y\leq 1$ の表す領域を D とする．$\displaystyle\iint_D (x+y)^2(2x-y)^4dxdy$ を求めたい．以下の問いに答えよ．

(1) 領域 D を図示せよ．

(2) $x+y=u, 2x-y=v$ とおくとき，x, y をそれぞれ u, v の式で表し，ヤコビアン $\dfrac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)}$ を求めよ．

(3) 2 重積分 $\displaystyle\iint_D (x+y)^2(2x-y)^4dxdy$ を求めよ．

5. $D=\{(x,y)|y\geq 0,\ x^2+y^2\leq 4x\}$ とする．以下の問いに答えよ．

(1) 領域 D を図示せよ．

(2) $x=r\cos\theta$, $y=r\sin\theta$ とし，D は (r,θ) で用いて E に表されるとする．E を

$$E=\{(r,\theta): \cdots\cdots\}$$

の形で書きなさい．

(3) $\displaystyle\iint_D (x^2+y^2)^2dxdy$ を求めよ．　ただし必要に応じて

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^n\theta d\theta=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^n\theta d\theta=\begin{cases}\dfrac{n-1}{n}\cdot\dfrac{n-3}{n-2}\cdot\cdots\cdot\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{\pi}{2} & (n\text{ 偶数})\\ \dfrac{n-1}{n}\cdot\dfrac{n-3}{n-2}\cdot\cdots\cdot\dfrac{2}{3} & (n\text{ 奇数})\end{cases}$$

を用いてもよい．