

2026年度 解析Ⅲ演習 (担当: 松澤 寛) プリント No.10

学科 (コース)・プログラム \_\_\_\_\_ 学籍番号 \_\_\_\_\_ 氏名 \_\_\_\_\_

1.  $D = \{(x, y) | x \geq 0, y \geq 0, x^2 + y^2 \leq 4\}$  であるとき  $\iint_D x dx dy$  を求めよ. 領域  $D$  も図示せよ.
2.  $D = \{(x, y) | 4 \leq x^2 + y^2 \leq 9, y \geq 0\}$  であるとき  $\iint_D x^2 y dx dy$  を求めよ. 領域  $D$  も図示せよ.
3.  $D = \{(x, y) | y \geq 0, x^2 + y^2 \leq 4x\}$  とする. 以下の問いに答えよ.

(1) 領域  $D$  を図示せよ.

(2)  $x = r \cos \theta, y = r \sin \theta$  とし,  $D$  は  $(r, \theta)$  で用いて  $E$  に表されるとする.  $E$  を

$$E = \{(r, \theta) : \dots\dots\}$$

の形で書きなさい.

(3)  $\iint_D (x^2 + y^2)^2 dx dy$  を求めよ. ただし必要に応じて

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n \theta d\theta = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n \theta d\theta = \begin{cases} \frac{n-1}{n} \cdot \frac{n-3}{n-2} \dots\dots \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{2} & (n \text{ 偶数}) \\ \frac{n-1}{n} \cdot \frac{n-3}{n-2} \dots\dots \frac{2}{3} & (n \text{ 奇数}) \end{cases}$$

を用いてもよい.

4.  $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 2y\}$  とする. 以下の問いに答えよ.

(1) 領域  $D$  を図示せよ.

(2)  $x = r \cos \theta, y = r \sin \theta$  とし,  $D$  は  $(r, \theta)$  で用いて  $E$  に表されるとする.  $E$  を

$$E = \{(r, \theta) : \dots\dots\}$$

の形で書きなさい. (Hint: 接弦定理 or  $\cos(\frac{\pi}{2} - \theta) = \sin \theta$ )

(3) 2重積分  $\iint_D (x^2 + y^2)^3 dx dy$  を求めよ. 3で与えた公式, および

$$\int_0^{\pi} \sin^n \theta d\theta = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n \theta d\theta$$

を用いてよい.

5. 不等式  $0 \leq 2x - y \leq 1, 1 \leq x + y \leq 2$  の表す領域を  $D$  とするとき, 次の問いに答えよ.

(1) 領域  $D$  を図示せよ.

(2) 変数変換  $2x - y = u, x + y = v$  を用いて, 次の2重積分の値を求めよ.

$$\iint_D (x + y)^4 (2x - y)^2 dx dy$$