

2025 年度 芝浦工業大学 関数解析 II/解析学 III (担当: 松澤 寛)
自己チェックシート No.04

_____ 学科 学籍番号 _____ 氏名 _____

1. X をベクトル空間とし, $\|\cdot\|_a, \|\cdot\|_b$ をノルムとする. これらが同値であることの定義を述べよ.
2. $I \subset \mathbb{R}$ を開区間とし, $1 \leq p \leq \infty$ とする.
 - (1) Sobolev 空間 $W^{1,p}(I)$ の定義を述べよ.
 - (2) $W^{1,p}(I)$ は \mathbb{R} 上のベクトル空間であることを示せ.
 - (3) $W^{1,p}(I)$ のノルムを述べよ.
3. Sobolev 空間 $H^1(I)$ の定義とその内積を述べよ.
4. $W^{1,p}(I)$ には問題 2 で定義したノルムの他に 1 つのノルムの定義があると講義で説明しました.それを述べ, 問題 2 で定義したノルムと同値であることを示せ.
5. $I \subset \mathbb{R}$ を開区間とする. $1 < p < \infty$ に対して $u \in L^p(I)$ とする. このとき $u \in W^{1,p}(I)$ であることの同値条件を 2 つ述べよ.
6. $I \subset \mathbb{R}$ を開区間とする. $u \in W^{1,\infty}(I)$ とする. このとき $u \in W^{1,\infty}(I)$ であることの同値条件を 2 つ述べよ.
7. 拡張定理を述べよ.