

2025 年度 微分方程式Ⅱ（担当：松澤 寛） 自己チェックシート No.4

学科（コース）・プログラム _____ 学籍番号 _____ 氏名 _____

1. 区間 I で定義された $\mathbb{R}^N$ に値をとる x のベクトル値関数 $\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_m$ が線形独立であること, 線形従属であることの定義を述べよ.
2. $a_{ij}(x)$ ($i, j = 1, \dots, N$) を区間 I で定義された有界で連続な関数とし, $A(x) = (a_{ij}(x))$ とする. 連立線形微分方程式 $\frac{d\mathbf{y}}{dx} = A(x)\mathbf{y}$ の基本解とは何かを述べよ.
3. $\mathbb{R}^N$ に値をとる微分可能なベクトル値関数 $\mathbf{u}_1(x), \dots, \mathbf{u}_N(x)$ のロンスキアンとは何か.
4. $\frac{d\mathbf{y}}{dx} = A(x)\mathbf{y}$ の基本行列および解核行列とは何ですか?
5. 微分方程式 $y'' - 2y' + y = 0$ について以下の問いに答えよ.
 - (1) e^x, xe^x は線形独立な解であることを確かめよ.
 - (2) $y_1(x) = y(x), y_2(x) = y'(x)$ とおくことにより, 上の微分方程式を

$$\frac{d}{dx} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = A(x) \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$$

の形に直せ.

- (3) (2) で求めた微分方程式の解核行列を求めよ.

6. 微分方程式 $y'' - \frac{x}{x-1}y' + \frac{1}{x-1}y = 0$ について以下の問いに答えよ.
 - (1) x, e^x は線形独立な解であることを確かめよ.
 - (2) $y_1(x) = y(x), y_2(x) = y'(x)$ とおくことにより, 上の微分方程式を

$$\frac{d}{dx} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = A(x) \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$$

の形に直せ.

- (3) (2) で求めた微分方程式の解核行列を求めよ.

7. 微分方程式 $\frac{d\mathbf{y}}{dx} = A(x)\mathbf{y} + \mathbf{f}(x)$ の初期条件 $\mathbf{y}(x_0) = \mathbf{y}_0$ の解は $\frac{d\mathbf{y}}{dx} = A(x)\mathbf{y}$ の解核行列を用いてどのように表せますか?