

2025年度 複素関数論I (担当: 松澤 寛) 自己チェックシート No.1

学科 (コース)・プログラム _____ 学籍番号 _____ 氏名 _____

1. 高校では虚数単位 i は $i^2 = -1$ となる「数」を導入し、複素数とは $a + bi$ と表される数として導入された。これにはどのような問題があるか講義を思い出して述べよ。講義ではどのように $a + bi$ を定義しましたか? 講義を思い出して説明せよ。複素数の四則演算についても定義を述べよ。
2. 複素数 $a + bi$ (i は虚数単位) の実部, 虚部, 絶対値, 共役複素数とはなんですか? それらを表す記号と共に答えよ。
3. 三角不等式 $|z + w| \leq |z| + |w|$ を用いて, 次の不等式を証明せよ:

$$||z| - |w|| \leq |z - w|$$

(Hint: $|z| = |z - w + w|$)

4. 次の条件を満たす複素数 z は複素平面におけるどのような図形を表すか図示せよ (Hint:(2),(3) は $z = x + iy$ とおいて考えよ ((1) は絶対値の意味を考えてみよ))。

(1) $|z - (1 + i)| < 3$

(2) $\text{Im}(z^2) = 4$

(3) $2|z + 1| = |z - 1|$ (両辺を2乗してみよ)

5. 複素数の偏角・極形式とは何ですか?
6. 次の複素数を極形式で表せ。

(1) $-\sqrt{2} + \sqrt{6}i$

(2) $\frac{1 - i}{1 + \sqrt{3}i}$

7. De Moivre の公式を述べよ。また, 三角関数の加法定理を仮定して, De Moivre の定理を $n \geq 1$ の場合について証明せよ (数学的帰納法)。