

2025 年度 解析学特論（関数解析続編）（担当：松澤 寛） 自己チェックシート No.02

学科（コース）・プログラム・領域 _____ 学籍番号 _____ 氏名 _____

1. Hahn-Banach の（拡張）定理（実数係数）を述べよ.
2. Hahn-Banach の（拡張）定理（実数係数）の証明について. 講義では Step 1 と Step 2 がありました. Step 1 と Step 2 では具体的に何を示したかを証明なしでいいので書いてください. Step 2 では Zorn の補題をどうやって使ったかが分かるように書いてください.
3. ベクトル空間 X の部分集合 A が吸収的であるとは? また, A が吸収的であるとき A の Minkowski 汎関数とは?
4. Hahn-Banach の分離定理（実数係数）は 3 つありました. それを述べてください.
5. X をノルム空間とすると, X から X^{**} への標準的単射であるとは? また, X が回帰的 Banach 空間であるとは?
6. ノルム空間 X における点列の弱収束の定義を書いてください.
7. $(X, \|\cdot\|)$ をノルム空間, C を X の空でない凸集合とする. このとき, 次の (i) と (ii) は同値であることを示せ:
 - (i) C が閉集合であること
 - (ii) C の点列 $\{x_n\}$ が $x \in X$ に弱収束するならば $x \in C$ であること.
8. $(X, \|\cdot\|)$ をノルム空間とする. X^* における汎弱収束の定義を述べてください. X^* 上の弱収束とは何が違いますか?
9. Banach-Alaoglu の定理を述べよ. また, 回帰的 Banach 空間の場合はどのように簡略化されますか?