

2025 年度 解析学特論（関数解析続編）（担当：松澤 寛）
自己チェックシート No.01

学科（コース）・プログラム・領域 _____ 学籍番号 _____ 氏名 _____

1. Baire の Category 定理を述べよ.
2. Baire の Category 定理は次の形で述べられることもある： (X, d) を完備距離空間とし O_n ($n = 1, 2, \dots$) を X の稠密な開集合の列とする. このとき $\bigcap_{n=1}^{\infty} O_n$ も X で稠密である. このことを証明せよ.
3. 一様有界性原理を述べよ.
4. Banach-Steinhaus の定理を述べよ.
5. X を Banach 空間, X^* をその共役空間とする. $A \subset X^*$ とする. 各 x に対して $\sup_{f \in A} |f(x)| < \infty$ ならば A は有界, つまりある定数 $M > 0$ が存在して $\|f\|_{X^*} \leq M$ ($f \in A$) が成り立つことを証明せよ.
6. H を Hilbert 空間とする. 点列 $\{x_n\} \subset H$ が任意の $y \in H$ に対し, (y, x_n) が収束する実数列であるとき, $\{x_n\}$ は H の有界列であることを証明せよ.