2025 年度　解析 III（担当：松澤　寛）　自己チェックシート　No.2

学科（コース）・プログラム＿＿＿＿＿＿＿＿＿　学籍番号＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

1. 点 (a,b) の近傍で定義された関数 $f(x,y)$ が (a,b) で x について偏微分可能であるとは？また，$f(x,y)$ の点 (a,b) における x に関する偏微分係数とは何ですか？また，どのように表しますか？

2. 開集合 D で定義された関数 $f(x.,y)$ が D の各点 (x,y) で x について偏微分可能であるとき，$f(x,y)$ の x についての偏導関数とは何ですか？それはどのように表しますか？

3. 点 (a,b) のある近傍で定義された関数が第 2 次偏導関数をもつとき，$f_{xy}(a,b) = f_{yx}(a,b)$ となるための十分条件を述べてください．

4. 次の偏導関数 $(z_x,\ z_y)$・第 2 次偏導関数 $(z_{xx},\ z_{xy},\ z_{yy})$ を求めよ．

(1) $z = x^3 + 3x^2y^2 + 2y^3$　　(2) $z = \sin(xy)$

(3) $z = \dfrac{x}{x+y}$　　(4) $z = e^{-\frac{y}{x}}$

(5) $z = \log(x^2+y^2)$

5. 関数

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^3y}{x^2+y^2} & (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

を考える．以下の問いに答えよ．

(1) $f_x(0,0)$ を求めよ．(Hint: $f_x(0,0) = \lim_{h\to 0} \dfrac{f(0+h,0) - f(0,0)}{h}$ でしたね．$f(0,0) = 0$ ですが $f(0+h,0) = ?$. $h \neq 0$ ですから場合分けの上の式を使う.）

(2) $y \neq 0$ のとき $f_x(0,y) = \lim_{h\to 0} \dfrac{f(0+h,y) - f(0,y)}{h}$ を求めよ．

（Hint：$y \neq 0$, $h \neq 0$ だから $f(0+h,y) = f(h,y) = ?$, $f(0,y) = ?$. $(h,y), (0,y) \neq (0,0)$ ですから場合分けの上の式を使う.）

(3) $f_y(0,0)$ を求めよ．(Hint: (1) と同じ）

(4) $x \neq 0$ のとき $f_y(x,0) = \lim_{h\to 0} \dfrac{f(x,0+h) - f(x,0)}{h}$ を求めよ．((2) と同じ）

(5) $f_{xy}(0,0) = \lim_{h\to 0} \dfrac{f_x(0,0+h) - f_x(0,0)}{h}$ を求めよ．（Hint：$f_x(0,0+h) = f_x(0,h)$ は (2) の結果を，$f_x(0,0)$ は (1) の結果を使う）

(6) $f_{yx}(0,0) = \lim_{h\to 0} \dfrac{f_y(0+h,0) - f_y(0,0)}{h}$ を求めよ．（Hint：$f_y(0+h,0) = f_y(h,0)$ は (4) の結果を，$f_y(0,0)$ は (3) の結果を使う）