

2025年度 解析Ⅲ（担当：松澤 寛） 自己チェックシート No.1

学科（コース）・プログラム _____ 学籍番号 _____ 氏名 _____

1. $M \subset \mathbb{R}^2$ とする. z が M で定義された x, y の2変数関数であるとは？
2. $\lim_{(x,y) \rightarrow (a,b)} f(x,y) = l$ について：
 - (1) f が $P(a,b)$ のある近傍 $U_\varepsilon(P)$ から P を除いた集合 $U_\varepsilon(P) \setminus \{P\}$ で定義されている場合, $\lim_{(x,y) \rightarrow (a,b)} f(x,y) = l$ であるとはどういう意味ですか？
 - (2) このとき, $\lim_{(x,y) \rightarrow (a,b)} f(x,y) = l$ の $\varepsilon - \delta$ 式定義を書いてください.
 - (3) f が必ずしも近傍で定義されていない場合はどのように考えればいいですか？ f の定義域を M として書いてください. また, そのときの $\varepsilon - \delta$ 式定義も書いてみてください.
3. f の定義域が M であるとき, f が $(a,b) \in M$ で連続であることの $\varepsilon - \delta$ 式定義も書いてください.
4. f が M で連続であることの定義を述べてください.
5. $M \subset \mathbb{R}^2$ が有界であること, 開集合であること, 閉集合であることの定義を書いてください.
6. Weierstrass の最大値定理とは何ですか？
7. 次の極限值が存在するかどうか調べよ. 存在する場合は極限值も答えよ.

$$(1) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^2}{x^2 + y^2}$$

$$(2) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{(x+y)^2}{x^2 + y^2}$$

Hint:(2) x 軸に沿って (x,y) を $(0,0)$ に近づけると？直線 $y = -x$ に沿って (x,y) を $(0,0)$ に近づけると？

8. (チャレンジ) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^2}{x^2 + y^4}$ は存在するか. (Hint: $x = y^2$ に沿って (x,y) を $(0,0)$ に近づけてみよう. また, $x = 2y^2$ の場合は?)