

2025 年度 解析Ⅲ 演習 (担当: 松澤 寛) プリント No.07

学科 (コース)・プログラム _____ 学籍番号 _____ 氏名 _____

1. $f(x, y) = x^3 - y^3 - 3x + 12y$ の極値を全て求めよ (とる点も) .
2. $f(x, y) = e^{x^2-y} - x + y$ の極値を全て求めよ (とる点も) .
3. 条件 $x^2 + y^2 = 3$ のもとで関数 x^2y の極値を求めたい. 以下の問いに答えよ.
 - (1) ラグランジュの未定乗数法を用いて極値を取りうる点を全て求めよ (Hint: 合計6個あります. λ のある2つの式から λ を消去する).
 - (2) 陰関数定理より (1) で求めた点の近傍では条件 $x^2 + y^2 = 3$ は陰関数 $y = y(x)$ を定めることを確かめ, $y'(x)$ と $y''(x)$ を x, y を用いて表せ. ($y''(x)$ では第6回の演習2を用いてもよい, $x^2 + y^2 = 3$ に注意.)
 - (3) (1) で求めた点の近傍では x^2y は $y = y(x)$ を用いて $x^2y(x)$ と表されることに注意し, $g(x) = x^2y(x)$ とおくと $g''(x)$ を $x, y(x), y'(x), y''(x)$ のうち必要なものを用いて表せ. (なお, $y'(x), y''(x)$ は $y(x)$ と x だけで書くことができます. それだと (4) のとき楽です)
 - (4) (1) で求めた点に (正確にはその x 座標に) おける $g''(x)$ の値を調べ, 極値をとるかどうかを判定せよ.