2024年度　複素関数論Ⅱ（担当：松澤　寛）　自己チェックシート　No.2-3

学科（コース）・プログラム__________　学籍番号____________　氏名________________

1. Cauchy の積分公式（微分形を含む）を述べよ．

2. Cauchy の積分公式を用いて次の複素積分の値を求めよ（C も図示せよ）．

(1) $\displaystyle\int_C \frac{2z^3 - z + 3}{z+1}dz$ （C は原点中心，半径 2 の円）

(2) $\displaystyle\int_C \frac{3z - 4z^3}{(z-2)^4}dz$ (C は原点中心，半径 3 の円)

(3) $\displaystyle\int_C \frac{z}{(9-z^2)(z+i)^2}dz$ (C は原点中心，半径 2 の円)

(4) $\displaystyle\int_C \frac{1}{(2z-1)^2(z+1)}dz$ (C は -2 中心，半径 2 の円)

(5) $\displaystyle\int_C \frac{1}{(2z-1)^2(z+1)}dz$ (C は 1 中心，半径 1 の円)

(Hint：(2) は微分形を使う．(3) $f(z) = \dfrac{z}{9-z^2}$ とすると $f(z)$ が正則でない点は C の外であることに注意．$\dfrac{f(z)}{(z+i)^2}$ とみて微分形を用いる．(3)(4) は $(2z-1) = 2(z - \frac{1}{2})$ に注意する．)

3. Cauchy の評価式とは何か．

4. Liouvulle の定理を述べよ．

5. 代数学の基本定理を述べよ．

6. $f(z)$ は $\mathbb{C}$ で正則で，ある定数 $M > 0$ が存在して $\mathrm{Re}f(z) \le M$ (on $\mathbb{C}$) が成り立つとする．このとき $f(z)$ は定数関数であることを Liouville の定理を用いて示せ．(Hint: $g(z) = e^{f(z)}$ を考えよ．)

7. Cauchy の積分公式の微分形 $n = 1$ の場合の証明をもう一度自分でノートに書き写して理解を試みよ（レポートにして出す必要はない）．もし疑問点があればそれについてはこのレポートに書いてください．