

解析 I 演習 中間試験 (6/4)

学籍番号 _____ 氏名 _____

問 1. 一般項が $a_n = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$ で与えられる数列 $\{a_n\}_{n \geq 1}$ について、次の問いに答えよ.

(1) $a_2 =$ _____

(2) 正しいものをすべて丸で囲め (説明は不要).

(2-1) 数列 $\{a_n\}_{n \geq 1}$ は {単調増加・単調減少・単調増加でも単調減少でもない} .

(2-2) 数列 $\{a_n\}_{n \geq 1}$ は {上に有界・下に有界・上にも下にも有界でない} .

問 2. (1) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{4}{x}$ を計算せよ.

(2) 級数 $\sum_{n=1}^{\infty} n \sin \frac{4}{n}$ は収束するか否か判定せよ.

問 3. 級数 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{4}{n}\right)^{-n^2}$ は収束するか否か判定せよ.

問 4. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 5$ とする. ε - N 論法を用いて $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n^2 = 25$ を示せ.

問 5. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ のとき $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_n}{n} = 0$ を示せ.