

解析 II 演習 期末試験 (2019 年度)

問 1. 計算せよ.

$$(1) \int \frac{1}{9+x^2} dx \quad (2) \text{ 曲線 } r = \sin 3\theta \text{ が囲む面積}$$

問 2. 計算せよ.

$$(1) \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-x}} dx \quad (2) \int_0^2 \frac{1}{\sqrt{|x^2-1|}} dx \quad (3) \int_0^\infty \frac{1}{e^x-1+e^{-x}} dx$$

問 3. 自然数 n に対して $f_n(x) = \log(e^{x^n} + x^n)$ とする. 以下の問いに答えよ.

(1) $x \geq 0$ のとき不等式 $e^{2x} \geq e^x + x$ が成り立つことを示せ.

(2) $\int_1^\infty \frac{1}{f_1(x)} dx$ は発散することを示せ.

(3) $\int_1^\infty \frac{f_m(x)}{f_n(x)} dx$ が収束するとき, 自然数 m, n が満たす条件を求めよ.