

2025 年度 複素関数論 I (担当：松澤 寛) 自己チェックシート No.5

学科 (コース)・プログラム _____ 学籍番号 _____ 氏名 _____

1. 領域 D で定義された複素関数 $f(z)$ が D で正則であること, $z_0 \in D$ で正則であることの定義をそれぞれ述べよ.
2. 次の問いに答えよ.
 - (1) $f(z) = \bar{z}$ はどのような $z \in \mathbb{C}$ においても微分可能でないことを示せ.
 - (2) $g(z) = (3 - 2xy) + (x^2 - y^2)i$ ($z = x + yi$) は $\mathbb{C}$ で正則であることを示せ.
3. $f(z)$ が領域 D で正則で, $\operatorname{Re} f(z)$ が定数関数であれば $\operatorname{Im} f(z)$ つまり $f(z)$ は定数であることを示せ. ($\operatorname{Re} f(z) = u(x, y)$, $\operatorname{Im} f(z) = v(x, y)$ とおけ)
4. C^2 級の関数 $u = u(x, y)$ が調和関数であるとは?
5. $u(x, y) = \log(x^2 + y^2)$, $v(x, y) = \tan^{-1} \frac{y}{x}$ はともに調和関数であることを示せ.
6. C^2 級の関数 $u = u(x, y)$, $v = v(x, y)$ に対し, v が u の共役調和関数であるとは?
7. $u(x, y) = \cos x \frac{e^y - e^{-y}}{2}$ は調和関数であることを示し, u の共役調和関数 $v = v(x, y)$ を求めよ.