

2024年度 複素関数論Ⅱ (担当：松澤 寛) 自己チェックシート No.1

学科 (コース)・プログラム _____ 学籍番号 _____ 氏名 _____

1. $E \subset \mathbb{C}$ ($E \neq \emptyset$) で定義された関数 f が $z_0 \in E$ で連続であることの定義を $\varepsilon - \delta$ 式に述べよ.
2. 領域 D で定義された関数 f が $z_0 \in D$ で微分可能であることの定義を述べよ, またそのとき Cauchy の積分定理の証明で用いた事実 ($g(z)$ を使うもの) をもう一度書きなさい.
3. 領域 D で定義された関数 f が D で正則であることの定義を述べよ.
4. 領域 D で定義された関数 f が $z_0 \in \mathbb{C}$ で正則であることの定義を述べよ.
5. $z = x + yi$, $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ ($u = \operatorname{Re}f$, $v = \operatorname{Im}v$) とする. f が $z_0 = x_0 + y_0i$ で微分可能であるとき u, v が (x_0, y_0) で満たす Cauchy-Riemann の関係式とは何ですか.
6. $C : z = z(t)$ ($t \in [\alpha, \beta]$) に対して $-C$ とはどんな曲線ですか? 式を使って答えよ (複素関数論Ⅰのノート等を見る).
7. $C_1 : z = z_1(t)$ ($t \in [\alpha, \beta]$), $C_2 : z = z_2(t)$ ($t \in [\gamma, \delta]$) のとき $C_1 + C_2$ とはどんな曲線ですか? (複素関数論Ⅰのノート等を見る)
8. 複素平面上の曲線 $C : z(t) = x(t) + iy(t)$ ($t \in [\alpha, \beta]$) が滑らかであること, 区分的滑らかであることの定義を述べよ.
9. 複素平面 \mathbb{C} における (区分的滑らかな) 曲線 C が閉曲線であること, 単純閉曲線であることの定義をそれぞれ述べよ.
10. f が領域 D で連続, $C : z = z(t)$ ($t \in [\alpha, \beta]$) は D の滑らかな曲線であるとする. このとき複素積分 $\int_C f(z)dz$ は t の関数の積分としてどのように表されますか.
11. 講義中で述べた複素積分の評価式を述べよ (関数や曲線の仮定, 定数の説明も忘れずに).
12. Cauchy の積分定理を述べよ.
13. Cauchy の積分定理の証明の Step 1 (三角形の場合) について, 提出はしなくてよいのでノートにもう一度書きながら復習せよ. その中, わからなかったところがあればそれを述べよ.