

2024年度 解析Ⅲ演習 (担当: 松澤 寛) プリント No.3

学科 (コース)・プログラム _____ 学籍番号 _____ 氏名 _____

1. 点 (a, b) の近傍で定義された関数 f が点 (a, b) で全微分可能であることの定義を書きなさい.
2. 次の関数について以下の問いに答えよ.

$$f(x, y) = \begin{cases} xy \sin \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} & (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- (1) f は点 $(0, 0)$ で連続であることを証明せよ.
 - (2) f は点 $(0, 0)$ で x, y について偏微分可能であることを証明せよ. また, $f_x(0, 0), f_y(0, 0)$ を求めよ.
 - (3) f は点 $(0, 0)$ で全微分可能であることを証明せよ.
3. 次の関数について以下の問いに答えよ.

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{x^2 + y^4} & (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- (1) f は点 $(0, 0)$ で連続であるかどうか調べよ (Hint: No. 1 の問題 1 を参考にせよ).
 - (2) f は点 $(0, 0)$ で全微分可能であるか述べよ.
4. 次の曲面の与えられた点における接平面の方程式を求めよ.

(1) $z = x^3 - 2xy + y^3$ 点 $(1, 1, 0)$

(2) $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 点 $(3, 4, 5)$

(3) $z = e^{x^2 - y^2}$ 点 $(1, 1, 1)$

(4) $z = \sin(x + y)$ 点 $\left(\frac{\pi}{2}, \pi, -1\right)$

(5) $z = \tan^{-1} \frac{y}{x}$ 点 $\left(1, -1, -\frac{\pi}{4}\right)$