

2023年度 解析III演習 (担当: 松澤 寛) プリント No.01

学科 (コース)・プログラム _____ 学籍番号 _____ 氏名 _____

1. 次の極限値が存在するかどうかを調べよ。存在するときにはその極限値を求めよ。

$$(1) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{y(x^2 - y^2)}{x^2 + y^2}$$

$$(2) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$(3) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y}{x^4 + y^2}$$

Hint(3): $y = mx^2$ に沿って (x, y) を $(0, 0)$ に近づけてみよ。つまり $y = mx^2$ として $\lim_{x \rightarrow 0}$ としてみよ。

2. 1(3) を参考にして次の極限値が存在しないことを証明せよ。

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^3}{3x^2 + y^6}$$

3. 次の問いに答えよ。

$$(1) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{(\sin x)(\tan y)}{\sin^2 x + \sin^2 y} \text{ は存在しないことを証明せよ。}$$

$$(2) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} y \tan^{-1} \frac{y}{x} = 0 \text{ であることを証明せよ。}$$

Hint (1) : 2通りの近づけ方をしてみる。

Hint (2) : $|y| \leq \sqrt{x^2 + y^2}$ と $\tan^{-1} \theta$ の値域に注意

4. 次の関数は点 $(0, 0)$ で連続であるかどうか調べよ。

$$(1) f(x, y) = \begin{cases} \frac{2xy}{x^2 + y^2} & ((x, y) \neq (0, 0)) \\ 0 & ((x, y) = (0, 0)) \end{cases}$$

$$(2) f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 + y^3}{x^2 + y^2} & ((x, y) \neq (0, 0)) \\ 0 & ((x, y) = (0, 0)) \end{cases}$$

$$(3) f(x, y) = \begin{cases} xy \log(x^2 + y^2) & ((x, y) \neq (0, 0)) \\ 0 & ((x, y) = (0, 0)) \end{cases}$$