



かいや
@米崎研

ID/LP 論理の研究

海谷 治彦



東京工業大学

工学部 情報工学科

JUNET : kaiya@cs.titech.junet



ID/LP論理の位置

(古典) 命題論理



命題様相論理



線形命題時間 (時相) 論理



ID/LP論理

様相論理

- 通常の古典論理に 必然 , 偶然などの記述力の拡張
- 時点や場合に当たる 可能世界を導入

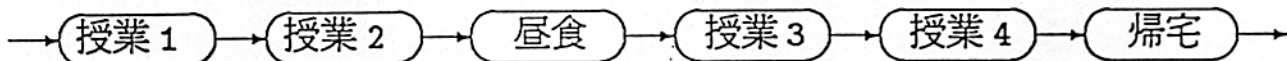


ID/LP論理の形式化の意義

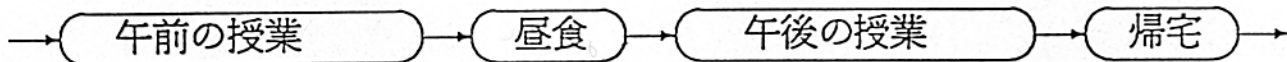
- 時間の流れの捉え方の多角化
- ある時点に当たる可能世界の細分化
- いくつかの可能世界をグループ化

時間の流れ方

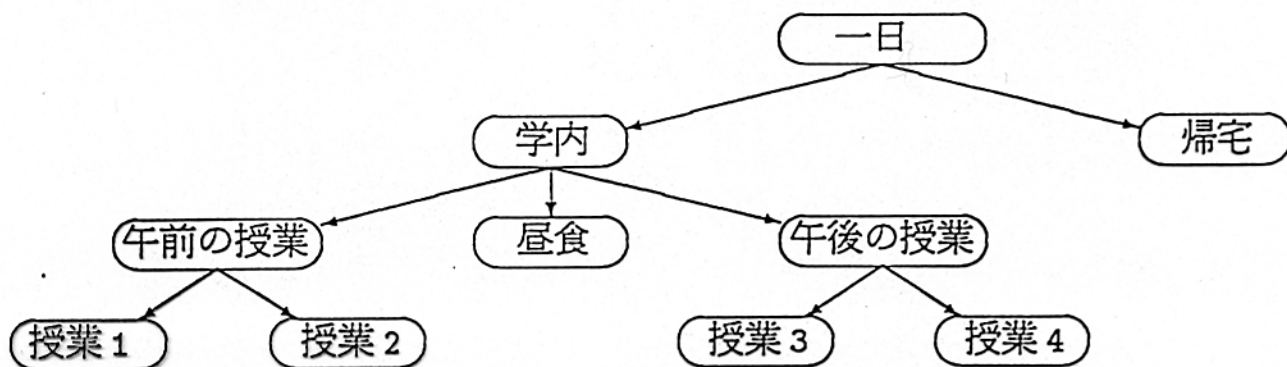
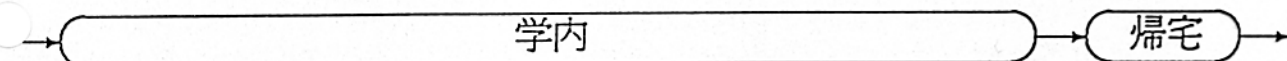
(図 1)



(図 2)



(図 3)





ID/LP論理の式

命題論理の式	$\neg A, A \supset B$ $A \wedge B, A \vee B, A \equiv B$
$\Box$ の仲間	$(\Box A)$ $(\Box A)$ $\Downarrow A$
$\Diamond$ の仲間	$(\Diamond A)$ $(\Diamond A)$ $(\Updownarrow A)$
$\bigcirc$ の仲間	$\bigcirc A$ $\vec{\bigcirc} A$ $\downarrow A$
until の仲間	$A \cup B$ $A \vec{\cup} B$

略記法

$$\Delta A \stackrel{def}{=} (\neg A \vec{\cup} (A \wedge \vec{\bigcirc} \Box \neg A)) \wedge \vec{\Diamond} A$$

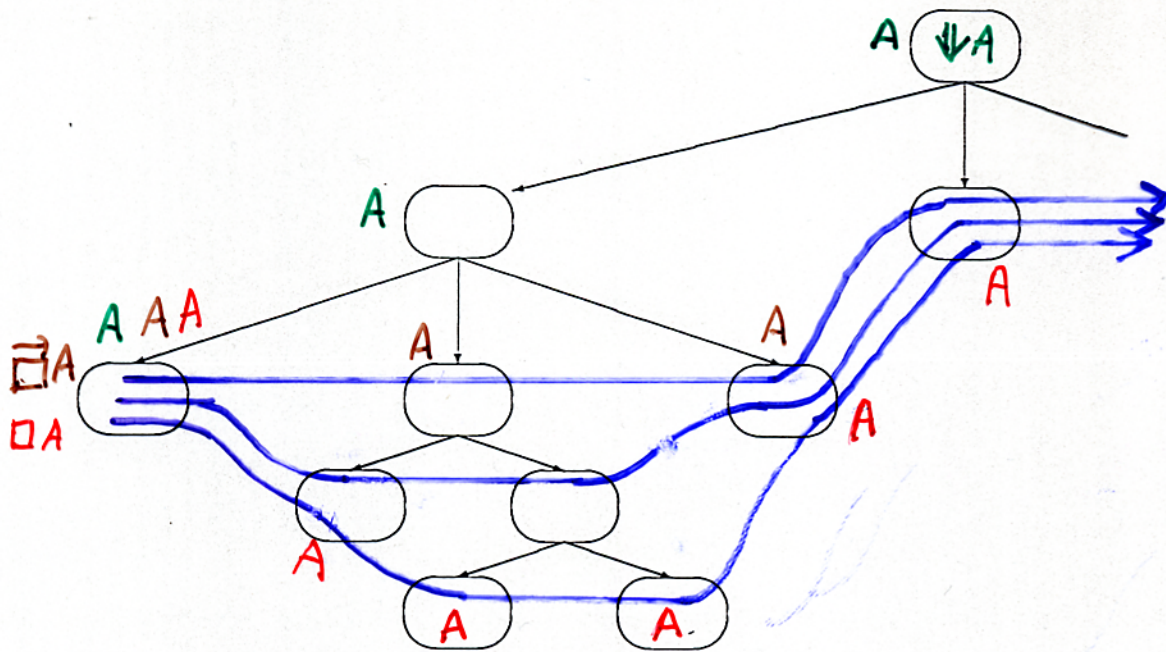
その他、 $\wedge, \vee, \equiv, \Box, \vec{\Box}, \Diamond, \vec{\Diamond}, \Updownarrow$ も略記法である



かいや
@米崎研

演算子の直観的な意味 の場合

時間の流れ





公理

● 命題論理の公理系

$$AX1 : A \supset (B \supset A)$$

$$AX2 : (A \supset (B \supset C)) \supset ((A \supset B) \supset (A \supset C))$$

$$AX3 : (\neg A \supset \neg B) \supset ((\neg A \supset B) \supset A)$$

● until operator を含む公理系

$$AX4 : (A \supset B) \vec{U} C \wedge A \vec{U} C \supset B \vec{U} C$$

$$AX5 : A \vec{U} B \wedge \neg B \vec{U} C \supset (A \vec{U} B) \vec{U} C$$

$$AX6 : \neg(\neg A \vec{U} B) \supset \neg B \vec{U} A$$

$$AX7 : A * B \supset A \vee B \quad \text{ただし、* は、}\vec{U}, \cup$$

$$AX8 : B \supset A * B \quad \text{ただし、* は、}\vec{U}, \cup$$

$$AX9 : \neg C \vec{U} A \wedge \neg(\neg A \vec{U} B) \wedge \neg(\neg C \vec{U} D) \supset \neg(\neg(A \wedge \neg(\neg C \vec{U} D)) \vec{U} B)$$

$$AX10 : (C \vec{U} (B \vec{U} A)) \supset (C \vee B \vec{U} A) \vec{U} A$$

$$AX11 : C \vec{U} \neg(\neg A \vec{U} B) \wedge \neg B \vec{U} A \supset C \vec{U} A$$

● nexttime operator を含む公理系

$$AX12 : * \neg A \vee \neg * true \equiv \neg * A \quad \text{ただし、* は、}\vec{O}, \bigcirc$$

$$AX13 : \downarrow \neg A \equiv \neg \downarrow A$$

$$AX14 : A \wedge (\vec{O} \Box A \vee \neg \vec{O} true) \supset \Box A$$

$$AX15 : \vec{O} \Box A \supset A \vec{U} (A \supset B)$$

$$AX16 : \neg B \vec{U} (A \wedge B) \equiv \vec{O} (B \supset A) \wedge \vec{O} (\neg B \supset \neg B \vec{U} (A \wedge B))$$



● 階層構造にかかわる公理系

$$\text{AX17} : \Downarrow A \supset A$$

$$\text{AX18} : *A \supset **A \quad \text{ただし、*は、}\Box, \Box, \Downarrow$$

$$\text{AX19} : *(A \supset B) \supset (*A \supset *B) \quad \text{ただし、*は、}\vec{\Box}, \Box, \Box, \Downarrow, \downarrow$$

$$\text{AX20} : A \wedge \vec{\Box}(A \vec{\cup} B) \supset A \vec{\cup} B$$

$$\text{AX21} : A \wedge \Box(A \cup B) \supset A \cup B$$

$$\text{AX22} : A \vec{\cup} B \wedge \vec{\Box} B \supset A \cup B$$

$$\text{AX23} : \vec{\Box} \Downarrow A \supset \Box A$$

$$\text{AX24} : A \wedge \Downarrow (A \supset \downarrow A) \supset \Downarrow A$$

$$\text{AX25} : \downarrow \Box A \wedge \vec{\Box}(A \cup B) \supset \downarrow (A \cup B)$$

$$\text{AX26} : \downarrow (A \vec{\cup} \Box B) \wedge \vec{\Box} \Box B \supset \downarrow (A \cup B)$$

推論規則

$$\text{IR1} : \frac{\vdash A \quad \vdash A \supset B}{\vdash B}$$

$$\text{IR2} : \frac{\vdash A}{\vdash A * B} \quad \text{ただし、*は } \vec{\cup}, \cup$$

$$\text{IR3} : \frac{\vdash A}{\vdash *A}$$

ただし、*は $\downarrow, \Downarrow$

$$\text{IR4} : \frac{\vdash A}{\vdash *A \vee \neg *true}$$

ただし、*は $\vec{\Box}, \Box$

$$\text{IR5} : \frac{\vdash A \supset B \quad \vdash A \supset (\vec{\Box} A \vee \neg \vec{\Box} true)}{\vdash A \supset \Box B}$$



ID/LP grammar

	ID 規則	LP 規則
性質	展開	順序
表記法	$A \rightarrow_{id} \{A_0, A_1, \dots, A_n\}$	$A_j < A_i$
ID/LP 論理式	$\downarrow (\Delta A_0 \wedge \dots \wedge \Delta A_n) \supset A$	$\downarrow (\neg A_i \vec{\cup} A_j) \supset A$

CFGとの表現上の違い

- 順序の自由な言語に向いている
- 要素の展開と、順番を別々に記述できる。



構文解析

	ID/LP grammar	論理式
文法	$S \rightarrow_{id} \{a, b\}$	$\downarrow (\Delta a \wedge \Delta b) \supset S \quad (1)$
文	a b	$\downarrow (a \wedge \neg b \wedge \vec{O}(\neg a \wedge b \wedge \vec{O} \vec{\Box} \neg a \wedge \vec{O} \vec{\Box} \neg b)) \quad (2)$

において、

(1) , (2) $\vdash S$

を証明する



文生成

	ID/LP grammar	論理式
文法	$b < a$ $S \rightarrow_{id} \{a, b\}$	$\downarrow (\neg b \vec{\cup} a \wedge \Delta a \wedge \Delta b) \supset S \quad (1)$
文	b a	$\downarrow (b \wedge \neg a \wedge \vec{\bigcirc} (\neg b \wedge a \wedge \vec{\bigcirc} \vec{\square} \neg (b \vee a))) \supset S \quad (2)$

から、

(1) $\vdash$ (2)

を証明する



か いや
@米崎研

まとめ

- ID/LP論理の形式化
- ID/LP論理の公理化
- ID/LP論理の構文解析への応用



かいや
@米崎研

演算子の直観的な意味 の場合

